

股指期货定价与策略



金融期货事业部 总监 张晓刚

2005年10月22日 深圳



内容

- 衍生品定价的基本原理
- 股指期货定价
- 股指期货策略

内容

- 衍生品定价的基本原理
- 股指期货定价
- 股指期货策略

套利

- 套利发生在等价资产或资产组合有两个不同的价格，这创造了不用自有资金而能无风险地获得利润的机会。
- 例：某股票在A市场交易价格为100元，在B市场价格交易为98元。则在B市场买入股票，同时在A市场以100元卖出，可以获得无风险利润2元。
- 一价定律：有效市场不应当出现套利机会。
- 两个地点的资产不一定是等价资产（如运输成本等）。

衍生品定价的基本原理：无套利

- 衍生品的定价就是要消除不用自有资金而能无风险地获利的机会。
- 现实中存在套利的原因：
 - 套利交易中需要估计参数：如期权波动率；
 - 交易成本不同；
 - 信息在不同市场反应速度不同；
 - 只有当人们认为有套利机会并不断跟踪市场才能消除套利

内容

- 衍生品定价的基本原理
- 股指期货定价
- 股指期货策略

简化模型例子

- 一个期货合约一年后到期，现货价格100元，无风险利率5%。
- 问：期货合约价格=?
- 假设
 - 没有保证金和逐日盯市，相当于远期
 - 可以以无风险利率借贷，且一年内该利率不变
 - 没有交易成本；现货没有储藏成本及各种收益
 - 可以卖空现货

简化模型例子

- 假设期货价格=108元
- 对应操作：
 - 今天：以无风险年利率5%借入100元，买入现货，同时卖出期货，价格为108元。
 - 一年后：
 - 支出借款本息： $100(1+5\%)=105$ 元
 - 期货交割收入：108元
- 结果：净收入3元。
- 结论：期货价格不能高于105元

简化模型例子

- 假设期货价格=103元
- 对应操作：
 - 今天：卖空现货得到100元并以5%无风险年利率放贷，同时买入期货，价格为103元。
 - 一年后：
 - 期货价格支出：103元，并将现货归还借方
 - 放贷收入本利和： $100(1+5\%)=105$ 元
- 结果：净收入2元。
- 结论：期货价格不能低于105元

期货基本定价公式

- 例子中：期货价格=105
- 基本公式：
 - 期货价格=现货价格以无风险利率进行复利
 - $F=S(1+r)^T$
 - 其中F为期货价格；S为现货价格；r为无风险利率；T为期货到期前的期限。
- 例：现货价格为72.5，无风险利率为8.25%，合约5年后到期，问期货价格=?

简化期货定价模型例子

- 已知： $S=72.5$, $r=8.25\%$, $T=5$;
- 求： $F=?$
- 答： $F=S(1+r)^T=72.5(1.0825)^5=107.76$

股指期货定价

- 股指期货特点：基础资产股票支付股息
- 假设：股息已知或股息率恒定

股息

- 时间节点：0, t, T
- 股息现值
 - $PVD = D_1 / (1+r)^{t1} + D_2 / (1+r)^{t2} + \dots$
- 股息终值
 - $FVD = D_1 (1+r)^{T-t1} + D_2 (1+r)^{T-t2} + \dots$
- 两者关系： $FVD = PVD (1+r)^T$

股息计算举例

- 无风险利率4%，期货合约还有300天到期，股票付息情况为：

距除权日天数	股息
10	0.45
102	0.45
193	0.45
283	0.45

- 问：股息现值和股息终值为多少？

股息计算答案

- 股息现值

$$\begin{aligned} \text{PVD} &= 0.45 / (1.04)^{10/365} + 0.45 / (1.04)^{102/365} \\ &\quad + 0.45 / (1.04)^{193/365} + 0.45 / (1.04)^{283/365} \\ &= 1.77 \end{aligned}$$

- 股息终值

$$\begin{aligned} \text{FVD} &= 0.45 (1.04)^{290/365} + 0.45 / (1.04)^{198/365} \\ &\quad + 0.45 (1.04)^{107/365} + 0.45 (1.04)^{17/365} \\ &= 1.83 \end{aligned}$$

股指期货定价基本公式

- 推导过程：
 - 开始0：购买股指现货组合S，同时卖出股指期货F。
 - 过程中t：持有股票组合获得股息D。
 - 到期T：交割股票组合获得期货价格F（结算差价）。
 - 总收入：到期时期货价格F+股息终值FVD；
 - 总支出：开始时现货价格S
- 无套利要求：总收入现值等于总支出
$$(F+FVD) / (1+r)^T = S$$
- 基本公式：
$$F = S(1+r)^T - FVD$$

原理

- 与简化模型相比，股息降低了期货价格。因为持有股指期货的多头没有获得股息，因此期货价格应减去这部分值。
- 上述操作中一个交易商买入股票指数现货组合获得股息，同时卖出了期货价格，如果期货价格也包含股息部分，则股息计算了两次。

举例

- 某股票指数为1452.45，该指数的期货将于三个月后到期，无风险利率为5.5%。期货有效期内股息再投资得到的值为7.26。
- 问：股指期货价格=？

解答

- $S=1452.45, r=5.5\%, T=3/12=0.25, FVD=7.26$
- $F=S(1+r)^T - FVD$
 $=1452.45(1.055)^{0.25} - 7.26$
 $=1464.76$

套利

- 如果 $F > S(1+r)^T - FVD$,
 - 前例中若 $F=1470$
 - 那么：套利者可以借款1452.45买入现货组合，并以1470卖出期货，
 - 合约到期时：获得期货价格1470并获得股息7.26共收入1477.26，共支出借款本金和 $1452.45(1+5.5\%)^{0.25}=1472.02$ ，可以获得无风险收益 $1477.26-1472.02=5.24$
 - 正好等于期货高估部分 $1470-1464.76=5.24$

套利

- 如果 $F < S(1+r)^T - FVD$,
 - 前例中若 $F=1460$
 - 那么：套利者可以卖空现货组合1452.45，所得以无风险利率投资，并以1460买入期货。
 - 合约到期时：支付股息7.26，交割期货1460，共支出1467.26，共收入所得卖空股票价款本利和 $1452.45(1+5.5\%)^{0.25}=1472.02$ ，可以获得无风险收益 $1472.02-1467.26=4.76$
 - 正好等于期货低估部分 $1464.76-1460=4.76$

股指期货定价公式2

- 股息终值以现值表示:

$$FVD = PVD(1+r)^T$$

- 得到:

$$F = (S - PVD)(1+r)^T$$

- 前例:

$$PVD = FVD / (1+r)^T = 7.26 / (1.055)^{0.25} = 7.163$$

$$F = (S - PVD)(1+r)^T = (1452.45 - 7.163)(1.055)^{0.25} \\ = 1464.76$$

股指期货定价公式3

- 股息终值以股息率 δ 表示:

$$1/(1+\delta)^T = 1 - FVD/[S(1+r)^T]$$

- 得到:

$$F = [S/(1+\delta)^T] (1+r)^T$$

- 前例:

$$1/(1+\delta)^T = 1 - FVD/[S(1+r)^T]$$

$$= 1 - 7.26/[1452.45(1.055)^{0.25}] = 0.99507,$$

$$\text{则 } (1+\delta)^T = 1.00496$$

$$F = [S/(1+\delta)^T] (1+r)^T = [1452.45/1.00496] (1.055)^{0.25}$$

$$= 1464.76$$

股指期货定价公式4

- 股息终值以股息率 δ^* 表示:

$$\delta^* = PVD/S = [FVD / (1+r)^T] / S$$

- 得到:

$$F = S (1 - \delta^*) (1+r)^T$$

- 前例:

$$\delta^* = PVD/S = 7.163 / 1452.45 = 0.00493$$

$$\text{则: } F = S (1 - \delta^*) (1+r)^T$$

$$= 1452.45 (1 - 0.00493) (1.055)^{0.25} = 1464.76$$

股指期货定价公式5

- 股息率及无风险利率以连续复利表示：

$$\delta^c = \ln(1 + \delta) = \ln[(1 + \delta)^T] / T; \quad r^c = \ln(1 + r)$$

- 得到：

$$F = (S e^{-\delta^c T}) e^{r^c T}$$

- 前例：

$$(1 + \delta)^T = 1.00496,$$

$$\delta^c = \ln[(1 + \delta)^T] / T = \ln(1.00496) / 0.25 = 0.01979$$

$$r^c = \ln(1 + r) = \ln(1.055) = 0.05354$$

$$\begin{aligned} \text{则： } F &= (S e^{-\delta^c T}) e^{r^c T} = (1452.45 e^{-0.01979(0.25)}) e^{0.05354(0.25)} \\ &= 1464.76 \end{aligned}$$

股指期货定价公式小结

- 期货价格等于现货指数以无风险利率复利一股息终值
$$F = S(1+r)^T - FVD$$
- 期货价格等于现货指数一股息现值并以无风险利率复利
$$F = (S - PVD)(1+r)^T$$
- 期货价格等于现货指数以股息率贴现并以无风险利率复利
$$F = [S / (1 + \delta)^T] (1+r)^T$$

或
$$F = S(1 - \delta^*) (1+r)^T$$
- 期货价格以连续复利表示
$$F = (Se^{-\delta^c T}) e^{r^c T}$$

内容

- 衍生品定价的基本原理
- 股指期货定价
- 股指期货策略

股指期货策略

- 指数套利
- 管理组合系统性风险
- 合成指数基金
- 合成现金
- 资产转换
- 预投资

指数套利

- 原理: 只要股指期货定价偏离理论价格部分超过交易成本, 就可以进行套利。

管理组合风险

- 组合风险：
$$\beta = \frac{\text{COV}_{SI}}{\sigma_I^2}$$
- 主要公式：
$$\beta_T S = \beta_s S + N_f \beta_f f$$
$$\Rightarrow N_f = \left(\frac{\beta_T - \beta_s}{\beta_f} \right) \left(\frac{S}{f} \right)$$
- 要点：如果要增加组合贝塔，则买入股指期货；如果要降低组合贝塔，则卖出股指期货

合成指数基金

- 原理：买入指数现货组合卖出对应股指期货得到一个无风险利率。因此：
- 股票多头=无风险债券多头+股指期货多头
- 主要公式：

- 债券数量 $V^* = N_f^* qf / (1+r)^T$

- 股指期货数量 $N_f^* = \frac{V(1+r)^T}{qf}$

合成现金

- 基本原理：
股票多头+期货空头=无风险债券（现金）
- 主要公式
- 期货空头：
$$N_f^* = -\frac{V(1+r)^T}{qf}$$

资产转换

- 可以利用股指期货和债券期货进行资产组合中股票与债券头寸的转换：
 - 如将股票：债券比例从80%：20%变为50%：50%
 - 策略：
 - 卖出股指期货，将30%股票的贝塔变为0，实质上转换为现金；
 - 买入债券期货，将现金（无风险债券）久期调整到理想的久期

资产转换公式

- 股指期货所需头寸

$$N_{sf} = \left(\frac{\beta_T - \beta_s}{\beta_f} \right) \frac{S}{f_s}$$

- 债券期货所需头寸

$$N_{bf} = \left(\frac{MD_T - MD_B}{MD_f} \right) \frac{B}{f_b}$$

预投资

- 未来将收入现金，但希望现在进入市场
- 策略：买入股指期货或债券期货
- 原理：
 - 基础资产多头-期货多头=无风险债券多头
 - 基础资产多头=无风险债券多头+期货多头
 - 基础资产多头+无风险借款=期货多头



谢谢!

上海期货交易所金融期货事业部

联系电话：021-68400537

Email: zhang.xg@shfe.com.cn