

利率期限结构理论综述

上海期货交易所博士后工作站 卢庆杰博士

在金融市场上,不同种类、不同期限的资金使用有不同的利率可以用利率结构理论来解释。利率结构最主要的是期限结构、风险结构和信用差别结构。根据西方学者的观点,在决定各种金融资产利率的因素中,期限因素始终是最主要的,因此,利率期限结构理论是利率结构理论的核心内容。利率期限结构指具有相同风险、流动性及税收待遇,但期限不同的金融工具具有不同的利率水平,反映了期限长短对其收益率的影响。期限结构理论所研究的是长短期利率间的关系以及二者变动所产生的影响等问题。在市场经济体制下,货币当局只能控制短期利率,而对实体经济产生影响的是长期利率,因而长期利率与短期利率间的关系稳定才能保证货币政策当局通过控制短期利率来控制长期利率,进而影响宏观经济运行,两者间稳定的关系在货币政策传导中起着重要作用。

国外关于利率期限结构理论的研究分为传统的利率期限结构理论和现代的利率期限结构理论。传统的利率期限结构理论主要集中于研究收益率曲线形状及其形成原因;现代的利率期限结构理论着重研究利率的动态过程。20世纪90年代以来,国外学者开始强调利率期限结构所包含的货币政策含义。本文将从传统的利率期限结构理论、现代的利率期限结构理论及利率期限结构包含的货币政策含义等三个方面进行分析。

一、传统的利率期限结构理论

传统的利率期限结构理论包括三个理论:预期理论、流动性溢价理论和市场分割理论。预期理论一般是指 Hicks-Lutz 理论,是利率期限结构理论中最主要的理论,它假定交易无税收、无风险且交易者理性预期,认为任何证券的利率都同短期证券的预期利率有关,远期利率反映出对未来的即期利率(spot rate)的预期。流动性溢价理论(Liquidity Premiums Theory)认为预期理论忽视风险规避因素是不完善的。预期理论假定债券市场的债券间存在完全的可替换性,而流动性溢价理论认为这种完全替换性是不存在的,因为不同利率之间的相互关系不仅与对未来利率的预期有关,还与风险规避因素有关。市场分割理论将整个市场分为不同期限的更小的子市场,认为投资者受到法律、偏好或者投资期限习惯的限制,只能进入子市场中的一个,从而不同期限子市场的利率水平由本身市场的供求双方决定。西方债券市场的经验数据研究证明,三种理论模型中,预期理论表达了对于未来即期利率的信息;偏好理论

的流动性升水在期限一年以内的政府债券定价中明显存在,而在一年期以上的债券中则不存在;市场分割理论的经验证明相对较弱。利率期限结构预期理论是金融理论和宏观经济理论的基石之一,它在预测利率未来变动、解释货币政策、建立宏观经济模型等方面都起着重要的作用。

二、现代的利率期限结构理论

现代的利率期限结构理论是指随机期限结构(stochastic term structure)模型。随机期限结构模型是刻画利率与期限(或时间)之间的非确定性函数关系及其变化规律的有效工具。常见的随机期限结构和衍生证券定价模型,按其研究方法可分为计量经济学的均衡模型(equilibrium models)和现代金融学的无套利模型(no-arbitrage models)两大类。均衡模型是从假设一些经济变量开始,推出短期无风险利率的一个过程,然后寻找该过程对债券价格和期权价格的含义。即一旦定义了利率的过程,就已经完全定义了初始期限结构所需的所有内容以及所有未来时刻它是如何演变的。均衡模型是在金融产品定价中使用的传统模型,有助于理解经济变量之间的潜在关系;缺点是均衡模型是用经济学方法建立的模型,缺乏金融市场的实证基础,形式简单(例如,模型参数往往是与时间无关的常数),难以准确地刻画利率变化的客观规律,初始期限结构是模型的输出量而不是输入量。根据影响利率水平因素的数量,均衡模型又分为单因素模型和双因素模型。

无套利模型时变参数模型(Time-Dependent Parameter Models),有 Heath, Jarrow 和 Morton (HJM)模型、Ho-Lee 模型和 Hull-White 模型。无套利模型将初始期限结构看作为已知量,并定义期限结构是如何演变的,这个模型主观色彩较浓;并且其模型参数的估计必须依赖市场利率的历史数据。

(一) 单因素模型 (Single-Factor Models)

1、Vasicek 模型

利率 $r(t)$ 随时间变化, Vasicek 模型 (1977) 用连续时间过程对利率建模, 即:

$$dr = \alpha(\mu - r)dt + \sigma \cdot dW$$

其中 α 、 μ 和 σ 是常数， $W(t)$ 是标准的维纳过程¹（Wiener process）。如果瞬时无风险利率满足 Vasicek 方程，那么债券价格 $P(t, T)$ 为：

$$P(t, T) = e^{-\hat{E}_t[R] + \frac{\hat{V}_t[R]}{2}} \\ = e^{-r(t)F(t, T) - G(t, T)}$$

$$\text{其中 } F(t, T) = \frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha}$$

$$G(t, T) = \left(\mu - \frac{q\sigma}{\alpha} - \frac{\sigma^2}{2\alpha^2}\right)[T - t - F(t, T)] + \frac{\sigma^2 F^2(t, T)}{4\alpha}$$

2、Cox-Ingersoll-Ross (CIR) 模型

Cox、Ingersoll 和 Ross (1981) 运用资本资产定价模型和随机过程来研究利率的期限结构，建立了 Cox-Ingersoll-Ross 单因素模型（CIR 模型）。CIR 模型与 Vasicek 模型唯一的区别在于对利率变化过程的假定不同。CIR 模型对利率微分过程的假定为：

$$dr = k(\theta - r)dt + v\sqrt{r} \cdot dW$$

其中 k 、 θ 、 v 均为常数， dW 为维纳过程。漂移项（第一项）与 Vasicek 模型完全相同，不同在于 CIR 模型发散项假定中包含 r 的平方根项，称为利率的“平方根过程”，这一细小的差别使 CIR 模型成为与 Vasicek 模型完全不同的模型。方程的求解更加复杂，不过 CIR 模型的优势在于未来的利率都是严格非负的。因为如果利率为负，债券价格将超过 1。

如果瞬时无风险利率满足 CIR 方程，那么债券价格 $P(t, T)$ 为：

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \\ A(t, T) = \left[\frac{2\gamma e^{(k+\lambda+\gamma)(T-t)/2}}{(k+\lambda+\gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2k\theta/v_r^2} \\ B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(k+\lambda+\gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

其中 $\gamma = \sqrt{(k+\lambda)^2 + 2v^2}$ 。 λ 作为风险参数，与 Vasicek 模型中的 q 的含义类似。

3、Dothan 模型

¹ dW 均值为 0。方差为 dt 。

Dothan 模型 (1978) 也是一个非负利率模型, 不过并不常用。Dothan 模型认为利率 r 服从对数正态分布²:

$$dr = \eta r dW$$

从公式中可以发现, 利率水平不存在均值回复现象, 称为几何随机漫步或弹性随机漫步模型。拉普拉斯变换后也不能得到简单解。

(二) 多因素模型 (Multi-Factor Models)

许多研究发现, 单因素模型并不能有效地描述当前的利率期限结构, 因而产生了多因素模型, 即针对利率期限结构的曲率, 在模型中考虑更多的影响因子。Richard (1978), Brennan 和 Schwartz (1979), Langetieg (1980), Cox、Ingersoll 和 Ross (1985), Longstaff 和 Schwartz (1992) 运用无套利和基于效用 (Utility-based) 的分析方法, 建立了双因素模型。多因素模型的发展可以大致分为两个阶段, 在初始阶段, 因子是任意选择的, 较少关注理论支持。在 Brennan-Schwartz 模型中运用短期和长期利率作为因子, Richard 模型运用实际利率和通货膨胀率作为两种因子。

另外, Cox、Ingersoll 和 Ross (1985) 根据一般均衡框架, 从生产技术和典型代理人的可加性的效用函数中推导影响因子及其变动。他们发现在均衡条件下, 瞬时利率能够用独立的两种因子表述。方法有两种: 一种是直接将瞬时利率分解为两个因子, 每一因子都遵循一定的随机过程, 这种分解最终能得到利率期限结构的简单解; 另一种方法是 CIR 模型可被解释为随机波动模型, 因为瞬时利率的波动可以解释为两种因子的函数。Longstaff 和 Schwartz (1992) 采用了这一方法, 并推导出了双因子利率期限结构模型。这两个模型基本上一致, 区别只是在于对简化性的选择。

1、Brennan-Schwartz 模型

Brennan-Schwartz 模型中运用短期和长期利率作为因子解释利率期限结构。短期利率对长期利率有均值回复的效应, 并遵循对数正态过程, 长期利率遵循另外的对数正态过程, 即:

$$d \ln r = a(\ln l - \ln r)dt + b_1 dW_1$$

$$dl = la(r, l, b_2)dt + b_2 dW_2$$

其中 $E[dW_1 dW_2] = \rho dt$ 。从模型中直接不能得到债券价格的封闭解, 必须求解其数值

² 这一对数正态分布与 Black-Scholes 模型中股票期权的对数正态分布是相同的, 只是没有漂移项。

解。

2、Richard 模型

Richard 模型运用实际利率 ρ 和通货膨胀率 π 作为两种因子，两者相互独立，并遵循以下平方根过程：

$$d\rho = a_\rho(\rho - \rho^*)dt + b_\rho\sqrt{\rho}dW_1$$

$$d\pi = a_\pi(\pi - \pi^*)dt + b_\pi\sqrt{\pi}dW_2$$

得到名义利率与实际利率、通货膨胀率之间的关系式为：

$$r = \rho + \pi(1 - \text{var}[dP/P])$$

其中 P 表示预期变化为通货膨胀率的价格。因而名义债券价格的解为：

$$\begin{aligned} P(t, T) &= \hat{E}_t[\exp(-\int_t^T r(u)du)] \\ &= \hat{E}_t[\exp(-\int_t^T \rho(u)du)]\hat{E}_t[\exp(-\int_t^T \pi(u)du)]\exp(1 - V_p) \end{aligned}$$

模型存在的两点不足在于：实际利率和通货膨胀率两个状态变量是预先确定的；通货膨胀率与实际利率不相关的假定与现实情况是冲突的。研究人员发现实际利率与通货膨胀率之间存在负相关关系。

3、Cox-Ingersoll-Ross/Langetieg 模型

1985 年，Cox、Ingersoll 和 Ross 又发展了两因素模型，认为利率的变化除了短期利率的随机过程外，还存在长期利率的随机过程。遵循 CIR 模型的思路，瞬时利率 r 可以分解成两个独立的因子 y_1 和 y_2 （即： $r = y_1 + y_2$ ），则关于债券价格的解为：

$$\begin{aligned} P(t, T) &= \hat{E}_t[\exp(-\int_t^T r(u)du)] \\ &= \hat{E}_t[\exp(-\int_t^T y_1(u)du)]\hat{E}_t[\exp(-\int_t^T y_2(u)du)] \\ &= P_1(t, T)P_2(t, T) \end{aligned}$$

如果每一因子都遵循 Vasicek 假设，那么其中每一个 P 值都会有单因子解；如果每一因子都遵循 CIR 假设，那么债券价格将是两个 CIR 公式的乘积。这一模型的优点是公式简单，便于求解；缺点是两种因子不容易确定。

4、Longstaff-Schwartz 模型

Longstaff-Schwartz 模型与 CIR 模型的区别在于将无法观测到的因子映射为在确定利率期限结构中重要的可观测的因子。其中两种状态变量可以写成：

$$dy_1 = (a - by_1)dt + c\sqrt{y_1}dW_1$$

$$dy_2 = (d - ey_2)dt + f\sqrt{y_2}dW_2$$

其中 $dW_1dW_2 = 0$ 。根据 CIR，均衡的利率水平及其波动率为：

$$r = \alpha y_1 + \beta y_2$$

$$V = \alpha^2 y_1 + \beta^2 y_2$$

运用伊腾法则 (Ito's lemma) 解联立方程，得到 dr 和 dV 的表达式，从而得到债券价格的封闭解。本模型中短期利率是两种因子经权重调整之和，而 CIR 模型中短期利率是两种因子的简单和，不过差别不明显，因而两种模型大致相同。模型的优势在于因子的可观测性。Longstaff 和 Schwartz 用广义矩估计方法进行参数估计。

(三) 时变参数模型 (Time-Dependent Parameter Models)

虽然多因素模型比单因素模型对利率期限结构拟合的更好，但仍不能实现对利率期限结构的完全拟合，这给债券衍生品的定价带来了很大的影响。为此，时变参数模型将当前利率期限结构作为已知，通过不同方法加入期限结构的波动因子。Ho 和 Lee (1986) 在远期价格中融入扰动因子；Black、Derman 和 Toy (1990) 模型与 Ho-Lee 模型类似，区别在于短期利率服从对数正态分布，并能拟合波动曲线；Heath、Jarrow 和 Motorn (1992) 及 Hull-White (1990) 的连续时间模型中瞬时利率随机过程中的参数是时间的函数。所有这些模型都是时变参数模型，这些模型能够拟合收益曲线，但不能推导出债券价格的简易的公式。

1、Ho-Lee 模型

Ho-Lee 模型与以往的利率期限结构模型最主要的差别在于将债券价格设为已知，即模型不是用于求解债券价格，而是用于利率衍生产品的定价。模型从当前观察到的利率期限结构开始，计算一系列的远期利率，远期利率根据设定的干扰函数以二叉树的模式演变。即零息债券的利率期限结构定义为：

$$P(0,1), P(0,2), \Lambda, P(0,n)$$

一年以后一年期债券的价格等于当前的一年期债券的远期价格，或用公式表示为：

$$P(1,2) = \frac{P(0,2)}{P(0,1)}$$

为说明利率变化的不确定性，用二叉树形式表示利率的上下变动：

$$P(1,1,2) = \frac{P(0,2)}{P(0,1)} u(1)$$

$$P(0,1,2) = \frac{P(0,2)}{P(0,1)} d(1)$$

其中前面新加的标识 1 表示向上的变动，0 表示向下的变动。同样的道理，下一期的收益曲线表示为：

$$P(1,1,i) = \frac{P(0,i)}{P(0,1)} u(i-1)$$

$$P(0,1,i) = \frac{P(0,i)}{P(0,1)} d(i-1)$$

运用套利理论并解差分方程，得到 u 和 d 的封闭解：

$$u(k) = \frac{1}{\hat{p} + (1 - \hat{p})\delta^k}$$

$$d(k) = \frac{\delta^k}{\hat{p} + (1 - \hat{p})\delta^k}$$

其中 δ 是衡量利率波动率的常数， δ 值越大波动率越大。 $\hat{p}$ 值表示风险中性的概率。

根据这两个参数，可以确定整个二叉树的演变，从而对所有合约进行定价。

为说明 Ho-Lee 是时变参数模型，该模型还可以转化为以下形式：

$$dr(t) = \theta(t)dt + \sigma \cdot d\hat{W}$$

其中 σ 为常数， $\theta(t)$ 是为了保证模型适合初始利率期限结构而选择的时间函数， $d\hat{W}$ 为维纳过程。如果瞬时无风险利率满足 Ho-Lee 方程，那么债券价格 $P(t, T)$ 为：

$$P(t, T) = D(t, T) e^{-r(t)(T-t) + \frac{\sigma^2(T-t)^3}{6}}$$

其中 D 是时变参数 $\theta(t)$ 的函数，为更好拟合收益曲线， D 随 $\theta(t)$ 的调整而变化。

2、Hull-White 模型

Hull-White 无风险利率动力学模型形式为：

$$dr(t) = [\varphi(t) - kr(t)]dt + \sigma_r dz(t)$$

其中 k 、 σ_r 均为常数， $dz(t)$ 为维纳过程。Hull-White 无风险利率动力学模型实际上是 Vasicek 模型的扩展。如果瞬时无风险利率满足 Hull-White 方程，那么债券价格 $P(t, T)$ 为：

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$$

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-k(T-t)}}{k}$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln P(0, T)}{\partial t} - \frac{1}{4k^3} \sigma_r^2 (e^{-kT} - e^{-kt})^2 (e^{2kt} - 1)$$

3、Black-Derman-Toy 模型

Black-Derman-Toy 模型（1990）简称 BDT 模型，运用与 Ho-Lee 模型相同的原理，以交易价格为已知，建立二叉树模型。与 Ho-Lee 模型不同之处在于除了拟合利率期限结构以外，还可以拟合波动性曲线，并假定短期利率服从对数正态分布。之后，Black 和 Karazinski（1991）有对 BDT 模型进一步发展，建立了 BDT 模型的连续时间形式的模型。Black-Karazinski 与 Hull-White 模型不同之处仅仅在于 Black-Karazinski 模型的分布假定为对数正态分布，而 Hull-White 模型的分布假定为正态分布。

4、Heath-Jarrow-Motorn 模型

Heath-Jarrow-Motorn（1992）模型简称 HJM 模型，是 Ho-Lee 模型连续时间模型的一般形式，是根据远期价格的收益对远期利率建立模型。严格来讲，HJM 模型不是一个定价模型，而是一个框架，在这个框架下可以推导出所有的无套利利率期限结构模型。

时变参数模型调整参数来拟合收益曲线和波动率曲线，各模型的不同之处在于分布假定的不同：Hull-White 和 HJM 模型运用正态分布的假定，BDT 模型运用对数正态分布的假定。从应用的便利性角度而言，Hull-White 模型中只有短期利率一个变量，最适于应用于格子模型，而 HJM 模型和 BDT 模型的建立需要整个利率期限结构的数据。

三、利率期限结构的货币政策含义

国外的研究一般认为,利率期限结构包含货币政策的有关信息,以及市场对未来实际经济活动和通货膨胀的预期。英格兰银行的《通货膨胀报告》从 1994 年开始定期公布根据利率期限结构推导出来的预期通货膨胀率。美联储 1996 年起将利率期限结构作为一个重要的先行经济景气指数,并定期公布长短利差的变动。Estrella 和 Mishkin,(1995)认为,中央银行能够影响利率期限结构,但不能控制利率期限结构;利率期限结构的短期端受中央银行影响程度大,而其长期端由通货膨胀和实际经济活动等其他因素影响。随着中央银行利率的上升,长期利率将会上升,但上升幅度小于短期利率的上升幅度,即使收益曲线平缓化,收益曲线平缓化的程度与中央银行的信誉有关;收益曲线差能够提前 1 到 2 年预测经济活动以及衰退的可能性,具体的提前时间取决于经济活动的衡量方式;收益曲线一般提前三到五年预期通货膨胀率。

Cochrane 和 Piazzesi(2002)的研究表明,联邦基金的目标利率的变化取决于利率的收益曲线,而与以往的目标利率关系不大。Krueger 和 Kuttner(1996)认为,货币政策对经济的影响是多方面的,联邦基金利率在美联储的货币政策执行中起着主要的作用。联邦基金利率的变化能迅速影响其他货币市场利率,对未来政策变化的预期能够显著影响股票和债券价格。正如 Bernanke 和 Blinder(1992)所阐述,联邦基金利率的变化对实际经济活动也有显著影响,联邦基金利率期货市场是对预期的联邦储备政策行为的衡量指标。

利率期限结构研究在我国具有重要的宏观经济意义。根据货币政策传导机制理论,短期利率的变化引起长期利率和股票价格的变化,使借款成本及财富水平发生变化,进而影响实际经济活动。即货币政策传导机制始于短期利率,终于商品和服务的实际支出。因而,估计货币政策操作的短期利率变动会如何影响长期利率的期限结构,是理解货币政策利率传导渠道的关键所在。2004 年 10 月 29 日,我国利率市场化实现了“贷款利率管下限、存款利率管上限”的阶段性的目标。随着我国利率市场化步伐的加快,关于利率期限结构的研究是分析我国货币政策利率传导渠道的重要课题。同时,利率的期限结构会影响投资的期限结构³。如果长期利率过高,则会抑制期限较长的投资,相对增加人们对短期投资的需求;反之,相对于较高的短期利率,较低的长期利率则会刺激长期投资,促使投资需求由短期转为长期。

从微观意义上来说,商业银行是我国金融市场中的主体,是货币政策传导渠道中关键的一环,利率期限结构的变化会引起商业银行资产与负债的利率期限不匹配的风险,进而影响整个金融体系的健康运行及货币政策的有效传导。近年来,我国金融机构“存款短期化、贷款长期化”趋势明显,商业银行“短存长贷”的信贷期限结构不匹配现象更加突出⁴。同时,随着我国金融市场的发展及中国加入 WTO 义务的履行,中国的利率市场化进程会进一步推

进，金融市场的利率风险也会进一步凸现。因而，利率期限结构研究对商业银行的经营及金融市场投资利率风险的规避具有重要意义。

Arturo Estrella, Frederic S. Mishkin, “The term structure of interest rates and its role in monetary policy for the European Central Bank”, NBER Working Paper 5279, 1995.

Ben S. Bernanke, Alan S. Blinder, 1992, “The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission”, The American Economic Review, Vol. 82, No. 4., pp. 901-921.

John H. Cochrane & Monika Piazzesi, 2002. “The Fed and Interest Rates: A High-Frequency Identification,” NBER Working Papers 8839, National Bureau of Economic Research, Inc.

Michael F. Gallmeyer, Burton Hollifield, and Stanley E. Zin, “Taylor Rules, McCallum Rules and the Term Structure of Interest Rates” NBER Working Paper 11276, 2005.

Roberto Rigobo, Brian Sac “The Impact of Monetary Policy on Asset Prices”, Federal Reserve System Finance and Economics Discussion Series 200204pap.

Malin Andersson, Hans Dillén and Peter Sellin, “Monetary policy signalling and movements in the term structure of interest rates”, BIS Papers No12.

Fama E, 1984, “The information in the term structure”, Journal of Financial Economics 5, 115-146.

Krueger Joel T and Kenneth N. Kuttner 1996, “The Fed Funds Futures Rate as a Predictor of Federal Reserve Policy”, The Journal of Futures Markets, Vol.16, No.8 865-879.

Zhaohui Chen, 1996, Understanding and managing interest rate risks, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

（责任编辑：金登贵）

注：本文是第 39 届中国博士后基金项目“利率期货对完善我国利率期限结构的作用研究”的部分结果。

注释：

1 dW 均值为 0。方差为 dt 。

2 这一对数正态分布与 Black-Scholes 模型中股票期权的对数正态分布是相同的，只是没有漂移项。

3 投资的期限结构主要是指用于国民经济各部门、各行业以及社会生产各个方面的投资额与投资期限的关系。

4 见《中国金融市场发展报告 2005》，P96。